

II. Choix des matériaux

Le choix des matériaux des différents composants du réducteur (arbres, roue, carter...) est très important pour des questions de coûts et de durée de vie du réducteur.

1. Carter

Le carter étant obtenu par fonderie, il peut être réalisé soit en fonte, soit en aluminium. Toutefois, le critère de légèreté du carter entre moins en jeu que le critère économique. En effet le réducteur sera fixé au sol par l'intermédiaire de ses pattes, ainsi son poids n'est un critère principal. Or le Cahier Des Charges Fonctionnelles impose que le coût du réducteur soit acceptable. Par conséquent, on choisit plutôt un carter en fonte qui sera certes plus lourd mais moins cher qu'un carter en aluminium. On privilégie un carter en fonte à graphite sphéroïdale EN-GJS par rapport à la fonte à graphite lamellaire EN-GJL, pour sa ductilité, sa bonne résistance et sa bonne coulabilité.

2. Engrenages

Pour la roue et le pignon, nous avons décidé de choisir le même matériau. Notre réducteur doit être capable de transmettre une puissance de 8 kW d'après le CDCF, ce qui ne nécessite pas de choisir un matériau dit haut de gamme (plus cher et plus résistant) car il s'agit d'un matériau nécessaire pour des grandes puissances (au-delà de la dizaine de kW). On peut ainsi se limiter à un matériau dit de milieu de gamme. On a donc choisi un acier allié traité dans la masse (trempe et revenu) pour sa bonne tenue aux chocs permettant ainsi de résister aux conditions de fonctionnement sans perturbation de fonctionnement. On a ainsi choisi un acier 35CrMo4.

3. Arbres

Le matériau utilisé pour l'arbre d'entrée est le même que celui des engrenages. En effet le pignon d'entrée est arbré, ce qui fait que le pignon est usiné sur l'arbre d'entrée. Pour l'arbre de sortie, nous avons également choisi un acier allié traité dans la masse (trempe et revenu) pour des questions de tenue aux chocs et de résistance aux conditions de fonctionnement. En effet l'engrenage sur l'arbre de sortie est plus volumineux que l'engrenage présent sur l'arbre d'entrée, d'où la présence d'efforts plus importants sur l'arbre de sortie et la nécessité d'avoir un matériau de qualité équivalente à celui de l'arbre d'entrée. En outre, nous avons considéré qu'il était nécessaire de choisir un matériau de très grande qualité, pour des raisons d'encombrement car il aurait été nécessaire d'augmenter le diamètre de l'arbre si nous avions choisi un matériau de plus basse qualité.

III. Pré-dimensionnement

1. Engrenages

On a utilisé les données du CDCF suivantes :

- La puissance à transmettre : $P = 8 \text{ kW}$
- La vitesse d'entrée : $\Omega_{10} = 1500 \text{ tr/min}$ et le rapport de réduction $u=2$
- Les conditions d'utilisation
 - La durée de vitesse : $20\,000 \text{ H}$
 - Le facteur d'application de la charge $K_A=1,5$

On cherche à déterminer le diamètre du cercle primitif de taillage du pignon d_1 et la largeur b du pignon. Pour cela on s'intéresse à la résistance à la pression superficielle et à la résistance à la rupture.

On réalise tout d'abord une pré-étude pour la résistance à la pression superficielle pour avoir une estimation de d_1 et de b .

a. Calcul du couple en entrée C_1 : $C_1 = \frac{P}{\Omega_{10}}$

b. Equation de résistance à la pression superficielle

$$F_{T.admi} = \left(\frac{\sigma_{H.lim}}{Z_E}\right)_i^2 \left(\frac{Z_v^2 Z_r^2}{Z_\varepsilon^2}\right) \frac{b}{K_{\alpha\beta}} d_1 C_r \frac{1}{K_V} \frac{1}{K_{Bi}}$$
 avec $i =$ indice de la roue

$F_{T.admi}$ = effort tangentiel admissible à la pression superficielle

$\left(\frac{\sigma_{H.lim}}{Z_E}\right)_i^2$ = facteur de résistance à la pression superficielle de contact

Z_v = facteur de vitesse, Z_ε = facteur de conduite

Z_r = facteur de rugosité = 0,85 pour denture taillée par génération

$\frac{b}{K_{\alpha\beta}}$ = largeur de contact corrigée

C_r = facteur de réduction = $0,16 \frac{u}{u+1}$

K_V = facteur dynamique, K_{Bi} = facteur de service

On dimensionne le volume de l'engrenage : $bd_1^2 \geq \frac{2C_1}{\left(\frac{\sigma_{H.lim}}{Z_E}\right)_i^2 \left(\frac{Z_v^2 Z_r^2}{Z_\varepsilon^2}\right) \frac{1}{K_{\alpha\beta}} C_r \frac{1}{K_V} \frac{1}{K_{Bi}}}$

Seuls les paramètres Z_v et K_V sont inconnus et nécessite que l'on fasse des hypothèses pour mener le calcul. On vérifie à postériori ces hypothèses.

On fixe également $R = \frac{b}{d_1}$ en fonction de u . Comme le rapport de réduction u égal à 2, on prend $R = 0,4$.

L'inéquation précédente devient donc : $d_1^3 \geq \frac{2C_1}{R \left(\frac{\sigma_{H,lim}}{Z_E} \right)^2 \left(\frac{Z_v^2 Z_r^2}{Z_\varepsilon^2} \right) \frac{1}{K_{\alpha\beta}} C_r \frac{1}{K_V} \frac{1}{K_{Bi}}}$ ce qui nous permet d'accéder à d_1 puis à b grâce à R . Pour vérifier les valeurs de d_1 et b , on procède par itération jusqu'à obtenir des valeurs constantes.

On réalise ensuite une étude pour la résistance à la rupture pour déterminer le module m_{mini} à choisir pour les engrenages tout en respectant le CDCF et en diminuant l'encombrement.

a. On détermine l'effort tangentiel F_T : $F_T = \frac{2 \cdot C_1}{d_1}$

b. Equation de résistance à la rupture : $F_T \leq F_{T.admi}$ avec

$$F_{T.admi} = \frac{(\sigma_{F,lim} Y_{ST})_i \cdot b}{Y_{Fai} Y_{Sai} Y_\varepsilon K_{\alpha\beta}} m_0 \frac{1}{K_V} \frac{1}{K_{Bi}}$$
 avec i = indice de la roue

$F_{T.admi}$ = effort tangentiel admissible à la rupture

$\sigma_{F,lim} Y_{ST}$ = résistance en fatigue flexion de dent du matériau

$\frac{b}{K_{\alpha\beta}}$ = largeur de contact corrigée

Y_{Fai} = facteur de forme, Y_{Sai} = facteur de correction de contrainte, Y_ε = facteur de conduite

m_0 = module d'outil, K_V = facteur dynamique, K_{Bi} = facteur de service

$$D'où m_0 \geq \frac{F_T}{\frac{(\sigma_{F,lim} Y_{ST})_i \cdot b \cdot 1 \cdot 1}{Y_{Fai} Y_{Sai} Y_\varepsilon K_{\alpha\beta} K_V K_{Bi}}}$$

On détermine m_0 de sorte que $m_0 \geq m_{mini}$ et il faut que le module appartienne à une série normalisée de module. En outre il faut que $Z_1 + Z_2 > 60$, sinon il faudra faire des déports avec variation d'entraxe, ce qui compliquerait l'étude. On détermine ainsi Z_1 et Z_2 à l'aide d'un fichier Excel que nous avons réalisé. Par la suite on vérifie bien que les valeurs obtenues en vérifiant que les conditions imposées par le CDCF soient respectées et que l'on ne surdimensionne pas les engrenages.

Après vérification et réglages dans le but de diminuer au maximum l'encombrement, on a choisi de prendre :

- $Z_1 = 21, Z_2 = 42$
- $m_{mini} = 0,53, m_0 = 4$
- $d_1 = 84,55 \text{ mm}$
- $b = 33,82 \text{ mm}$

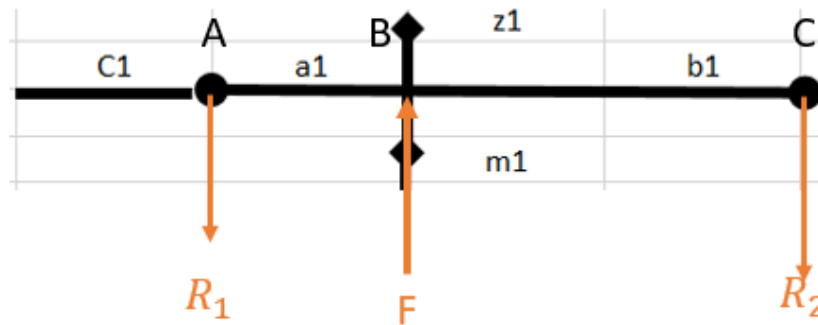
2. Arbres

Il est important de dimensionner les arbres pour s'assurer qu'il ne va pas rentrer dans le domaine plastique. Il faut ainsi respecter le critère de Von Mises. Il faudrait aussi s'intéresser à la fatigue des arbres engendrée par les efforts d'engrainement. Toutefois on a décidé de négliger la fatigue des arbres. Il faut prendre donc un coefficient de sécurité s élevé à cause du nombre important d'hypothèses que l'on a effectué. On prend $s=10$.

a. Arbre d'entrée

On s'intéresse à la force F exercée au niveau du pignon, en se plaçant dans un plan incliné $\alpha = 20^\circ$. On sait que : $F = \frac{C_1}{R_1 \cos \alpha}$ avec $C_1 =$ couple en entrée = 51 N.m et $R_1 =$ rayon du pignon = 34 mm.

Application numérique : $F = 1596$ N.



On choisit $a_1 = b_1 = 38$ mm

On applique le principe fondamental de la statique (PFS) en A :

Théorème de la Résultante Statique sur \vec{y} :

$$F = R_1 + R_2 \quad (1)$$

Théorème du Moment Statique en A, \vec{z} :

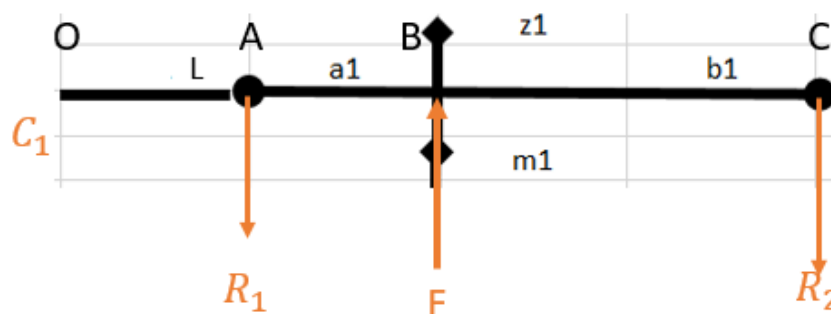
$$F a_1 - R_2 (a_1 + b_1) = 0 \quad (2)$$

Ainsi $R_2 = \frac{F}{2}$. D'après l'équation (1) on a aussi $R_1 = R_2 = \frac{F}{2}$.

Application numérique : $R_1 = R_2 = 798$ N.

Résistance des matériaux :

On se place dans les hypothèses de la RDM et on prend en compte le couple d'entrée C_1 .



Dans un premier temps, il faut établir le torseur de cohésion, noté $T_{coh}(x)$ suivant l'axe x (axe de la poutre) le long de la poutre.

➤ M ∈ [OA]

$$T_{coh}(x) = \begin{cases} \overline{R(x)} = 0 \\ \overline{M(x)} = C_1 \vec{x} \end{cases}$$

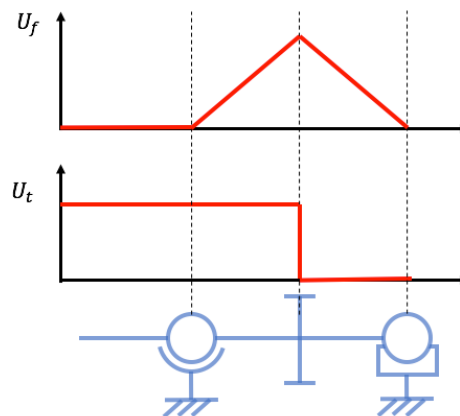
➤ M ∈ [AB]

$$T_{coh}(x) = \begin{cases} \overline{R(x)} = R_1 \vec{y} \\ \overline{M(x)} = C_1 \vec{x} + (x - L)R_1 \vec{z} \end{cases}$$

➤ M ∈ [BC]

$$T_{coh}(x) = \begin{cases} \overline{R(x)} = R_2 \vec{y} \\ \overline{M(x)} = -(x - (L + a_1 + b_1))R_2 \vec{z} \end{cases}$$

On obtient le diagramme des moments suivant :



On remarque alors trois zones et deux types de contraintes :

- Une contrainte associée à M_f : $\sigma = \frac{M_{f,z}}{\left(\frac{I_{G,z}}{v}\right)}$
- Une contrainte associée à M_t : $\tau = \frac{M_t}{\left(\frac{I_0}{v}\right)}$

On aura donc trois calculs de dimensionnement de l'arbre à effectuer.

Le matériau choisi pour l'arbre d'entrée est un acier allié traité dans la masse (35CrMo4) dont la limite élastique $R_e = 650 \text{ MPa}$.

- Zone [OA] : Torsion simple :

$$\tau = \frac{M_t}{\left(\frac{I_0}{v}\right)} \leq \frac{R_e}{2s} \quad \text{avec} \quad \frac{I_0}{v} = \frac{\pi d^3}{16} \quad \text{et} \quad s = 10$$

Application numérique : $M_t = C_1 = 51000 \text{ N.mm}$

On trouve ainsi une condition sur le diamètre dans la zone [OA] :

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32 M_t s}{\pi R_e}}$$

Application numérique : $d \geq 20 \text{ mm}$

- Zone [BC] : Flexion simple :

$$\sigma = \frac{M_{f,z,max}}{\left(\frac{I_{G,z}}{v}\right)} \leq \frac{R_e}{s} \quad \text{avec} \quad \left(\frac{I_{G,z}}{v}\right) = \frac{\pi d^3}{32} \quad \text{et} \quad s = 10$$

Application numérique : $M_{f,z,max} = b_1 R_2 = 30324 \text{ N.m}$

On trouve ainsi une condition sur le diamètre dans la zone [BC] :

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32 M_{f,z,max} s}{\pi R_e}}$$

Application numérique : $d \geq 17 \text{ mm}$

- Zone [AB] : Flexion + Torsion :

Dans cette zone, on utilise le critère de Von Mises. Le moment maxi est égal à :

$$M_{ft} = \sqrt{M_t^2 + M_{f,z,max}^2} = 59334 \text{ N}$$

$$\tau = \frac{M_{ft}}{\left(\frac{I_0}{v}\right)} \leq \frac{R_e}{2s} \quad \text{avec} \quad \frac{I_0}{v} = \frac{\pi d^3}{16} \quad \text{et} \quad s = 10$$

On trouve ainsi une condition sur le diamètre dans la zone [AB] :

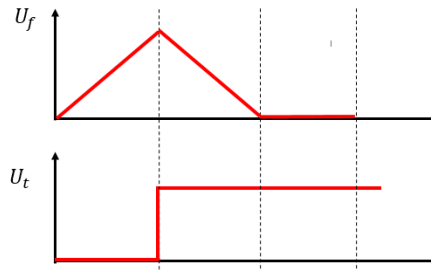
$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32 M_{ft} s}{\pi R_e}}$$

Application numérique : $d \geq 21,1 \text{ mm}$

A partir de cette étude en RDM, nous avons conclu qu'il fallait faire un arbre d'entrée avec un diamètre supérieur à 21,1mm. Toutefois, dans le but de prévoir les effets dus aux concentrations de contraintes au niveau d'un épaulement, **nous avons décidé de prendre un diamètre d'arbre d'entrée de 25 mm.**

b. Arbre de sortie

Pour l'arbre de sortie, la démarche est la même que pour l'arbre d'entrée. L'étude est en effet symétrique, il n'est donc pas utile de refaire tous les calculs. Par exemple, on obtient le diagramme des moments pour l'arbre de sortie à partir de celui de l'arbre d'entrée par une simple symétrie axiale par rapport à l'axe de l'engrenage. Dans cette étude, on se place dans le cadre de la RDM et on prend en compte le couple en sortie $C_2 = 2C_1$.



Il y a ainsi trois zones différentes comme dans le cas de l'arbre d'entrée. Toutefois, on sait déjà que le critère de Von Mises est le critère permettant de dimensionner le diamètre de l'arbre.

C'est dans la zone [AB] qu'il y a la flexion et la torsion. Le matériau choisi pour l'arbre d'entrée est un acier allié traité dans la masse (35CrMo4) dont la limite élastique $R_e = 650 \text{ MPa}$.

Le moment maxi est égal à : $M_{ft} = \sqrt{M_t^2 + M_{f,z,max}^2} = 106412 \text{ N}$

$$\tau = \frac{M_{ft}}{\left(\frac{I_0}{v}\right)} \leq \frac{R_e}{2s} \quad \text{avec} \quad \frac{I_0}{v} = \frac{\pi d^3}{16} \quad \text{et} \quad s = 10$$

On trouve ainsi une condition sur le diamètre dans la zone [AB] :

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32 M_{ft} s}{\pi R_e}}$$

Application numérique : $d \geq 25,5 \text{ mm}$

A partir de cette étude en RDM, nous avons conclu qu'il fallait faire un arbre d'entrée avec un diamètre supérieur à 25,5mm. Toutefois, dans le but de prévoir les effets dus aux concentrations de contraintes au niveau d'un épaulement, **nous avons décidé de prendre un diamètre d'arbre d'entrée de 30 mm.**

3. Roulements

On a choisi de prendre des roulements rigides à 1 rangée de billes car il n'y a pas d'effort axial sur les roulements. Il est par conséquent inutile de choisir des roulements à rouleaux qui sont de surcroît plus chers que les roulements à billes. On a privilégié un roulement standard pour des raisons économiques. Le fournisseur de roulements est l'entreprise SKF.

Pour les roulements à billes la relation suivante est vérifiée : $L = \left(\frac{C_{dyn}}{P}\right)^3$ avec :

L = Nombre de millions de tour telle que $L = T\Omega_i$ avec T = Durée de vie u réducteur et Ω_i = Vitesse de rotation sur l'arbre i.

C_1 = Couple à transmettre sur l'arbre d'entrée

m_0 = Module des dents des engrenages

Z_1 = Nombre de dents sur l'engrenage monté sur l'arbre d'entrée

C_{dyn} = Charge dynamique de base

C_0 = Charge statique de base

P = Charge réelle sur le roulement telle que $P = X F_r + Y F_a$ avec F_r = Effort radial sur le roulement et F_a = Effort axial sur le roulement.

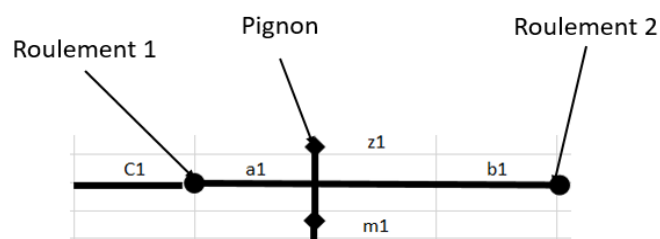
K_a = Facteur d'application de la charge

Pour déterminer les facteurs X et Y présents dans l'expression de P, on utilise le tableau suivant :

Fa/Co	e	$F_a/F_r \leq e$		$F_a/F_r > e$	
		X	Y	X	Y
0.025	0.22	1	0	0.56	2
0.04	0.24	1	0	0.56	1.8
0.07	0.27	1	0	0.56	1.6
0.13	0.31	1	0	0.56	1.4
0.25	0.37	1	0	0.56	1.2
0.5	0.44	1	0	0.56	1

Le nombre de millions de tour L étant connus, les inconnues du problème sont la charge dynamique de base C_{dyn} , la charge statique de base C_0 et la charge réelle sur le roulement P. Il faut ainsi procéder par itération en faisant une hypothèse sur la valeur du C_0 . Connaissant C_0 on détermine P à l'aide du tableau ci-dessus puis on détermine C_{dyn} grâce à la relation : $L = \left(\frac{C_{dyn}}{P}\right)^3$. Connaissant la valeur de la charge dynamique C_{dyn} , on choisit le roulement avec la plus petite valeur de C_{dyn} possible, tout en étant supérieure à celle calculé pour ne pas surdimensionner les roulements afin de faire des économies de coûts. Par la suite, on utilise la valeur de C_0 associée à ce roulement et on recommence jusqu'à trouver un roulement respectant au mieux la condition sur C_{dyn} . On peut aussi procéder de la manière suivante :

➤ Roulement sur l'arbre d'entrée



$$C_{dyn} = \text{Max} (C_{dyn,1}, C_{dyn,2})$$

$$C_{dyn,1} = \left(\frac{K_a L * 60}{10^6}\right)^{\frac{1}{3}} \left(\sqrt{R_{a1}^2 + T_{a1}^2}\right) \quad \text{et} \quad C_{dyn,2} = \left(\frac{K_a L * 60}{10^6}\right)^{\frac{1}{3}} \left(\sqrt{R_{b1}^2 + T_{b1}^2}\right)$$

$$R_{a1} = F_{r1} \frac{b_1}{a_1 + b_1}, \quad T_{a1} = F_{t1} \frac{b_1}{a_1 + b_1}, \quad R_{b1} = F_{r1} \frac{a_1}{a_1 + b_1}, \quad T_{b1} = F_{t1} \frac{a_1}{a_1 + b_1}$$

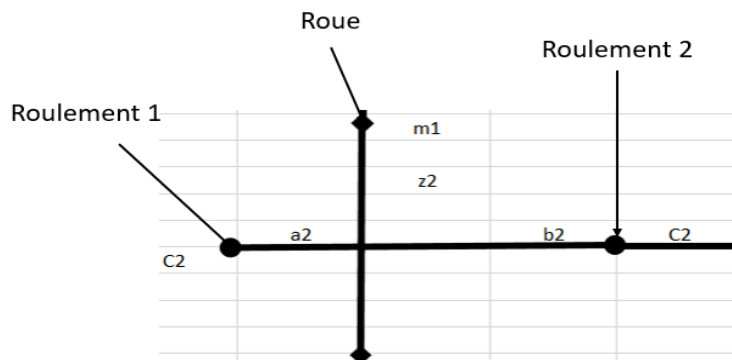
$$F_{t1} = \left(\frac{\frac{2C_1}{m_0}}{Z_1} \right) 1000 = \frac{F_{r1}}{\tan(20)}$$

On trouve $C_{dyn} = 8,9 \text{ kN}$

Sur l'arbre d'entrée, on doit choisir un couple de roulements supportant une charge dynamique de base supérieure à 9,7 kN, tout en respectant les dimensions du diamètre de l'arbre d'entrée. On a donc opté pour le roulement 6206 de SKF dont les dimensions sont :

- Diamètre de l'alésage = 30 mm
- Diamètre extérieur = 62 mm
- Largeur = 16 mm
- $C_{dyn} = 20,3 \text{ kN}$

➤ Roulement sur l'arbre de sortie



$$C_{dyn} = \text{Max} (C_{dyn,1}, C_{dyn,2})$$

$$C_{dyn,1} = \left(\frac{K_a L * 60}{10^6} \right)^{\frac{1}{3}} \left(\sqrt{R_{a2}^2 + T_{a2}^2} \right) \quad \text{et} \quad C_{dyn,2} = \left(\frac{K_a L * 60}{10^6} \right)^{\frac{1}{3}} \left(\sqrt{R_{b2}^2 + T_{b2}^2} \right)$$

$$R_{a2} = F_{r1} \frac{b_2}{a_2 + b_2}, \quad T_{a2} = F_{t1} \frac{b_2}{a_2 + b_2}, \quad R_{b2} = F_{r1} \frac{a_2}{a_2 + b_2}, \quad T_{b2} = F_{t1} \frac{a_2}{a_2 + b_2}$$

$$F_{t1} = \left(\frac{\frac{2C_1}{m_0}}{Z_1} \right) 1000 = \frac{F_{r1}}{\tan(20)}$$

On trouve $C_{dyn} = 7,1 \text{ kN}$

Sur l'arbre de sortie, on doit choisir un couple de roulements supportant une charge dynamique de base supérieure à 7,3 kN, tout en respectant les dimensions du diamètre de l'arbre de sortie. On a donc opté pour le roulement 16007 de SKF dont les dimensions sont :

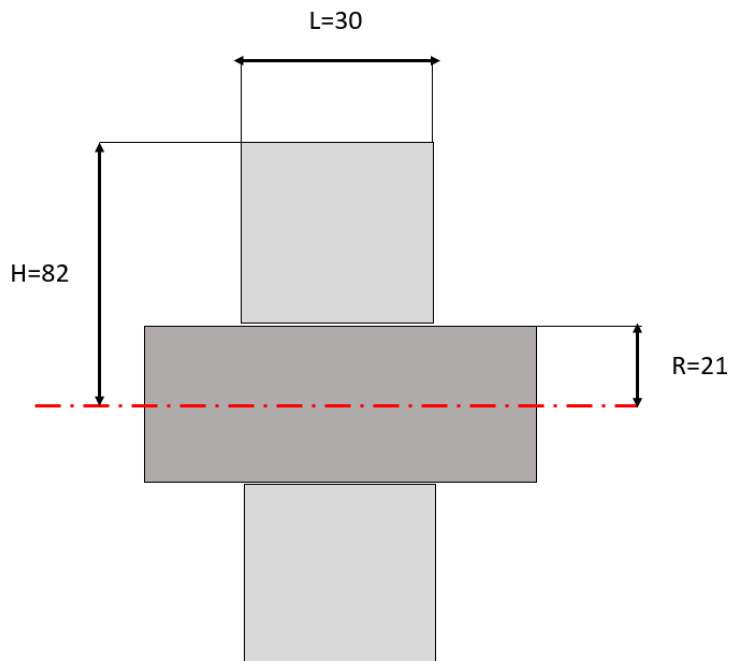
- Diamètre de l'alésage = 35 mm
- Diamètre extérieur = 62 mm
- Largeur = 9 mm
- $C_{dyn} = 13 \text{ kN}$

4. Clavetage et du frettage

a. Frettage

La roue est frettée sur l'arbre de sortie. Cet assemblage entre les deux pièces est permis grâce à un ajustement serré. On utilise le frettage car il permet de supprimer les concentrations de contraintes. Pour déterminer l'ajustement serré à choisir, il faut calculer le serrage maximum δ_{maxi} et le serrage minimum δ_{mini} nécessaire en fonction de :

- Couple à transmettre
- Diamètre de l'arbre de sortie
- Coefficient de sécurité
- Coefficient de frottement
- Limites élastiques du matériau fretté et du matériau arbré.



Ainsi on a :
$$\delta_{mini} = \frac{2P_{mini}RH^2}{E(H^2-R^2)} \cdot 1000 \quad \text{et} \quad \delta_{maxi} = \text{Min} \left(\frac{R_{e,f} R}{s E}, \frac{R_{e,a} 2 R H^2}{s E (H^2 - R^2)} \right)$$

avec :

E = Module d'Young du matériau fretté

P_{mini} = Pression minimale = $\frac{C}{2\pi fRL}$ et C = Couple à transmettre, f = Coefficient de frottement

$R_{e,f}$ = Limite élastique du matériau fretté

$R_{e,a}$ = Limite élastique du matériau arbré

s = Coefficient de sécurité

A partir de ces formules on trouve :

$$\delta_{maxi} = -65 \mu$$

$$\delta_{mini} = -2,6 \mu$$

On choisit alors l'ajustement serré H7r6 caractérisé par $\delta_{mini} = -9 \mu$ et $\delta_{maxi} = -50 \mu$.

b. Clavetage

On dimensionne les clavettes au matage et au cisaillement. Tout d'abord, il faut respecter la condition suivante $L_{clavette} < 1,5D_{arbre}$ afin de faciliter le montage en limitant le coincement.

On a choisi une clavette de forme arrondi, ainsi $L_{active} = L - a$.

On note b = hauteur de la clavette (mm), L = longueur de la clavette et a = largeur de la clavette

➤ Dimensionnement au matage

L'effort F appliqué sur la clavette est égal à : $F = \frac{2C}{D}$ avec C = couple en N.m et D = diamètre de l'arbre.

La pression de matage P_m est égale à $P_m = \frac{F}{S_m}$ avec $S_m = \frac{b(L-a)}{2}$ la surface matée.

Nous sommes dans le cas d'un clavetage fixe, donc on prend comme pression admissible $P_a = 30$ MPa. On sous-estime la pression admissible car le calcul que l'on effectue n'est pas précis

Il faut que $P_m \leq P_a$, on obtient donc la condition suivante : $\frac{4C}{Db(L-a)} \leq P_a$ (1)

➤ Dimensionnement au cisaillement

On note $S_c = aL$ la surface cisailée. On note $F = \frac{2C}{D}$ l'effort appliqué sur la clavette.

Ainsi la contrainte de cisaillement τ est égale à $\tau = \frac{F}{S_c}$.

Il faut que $\tau \leq R_{pg}$ avec $R_{pg} = \frac{0,6R_e}{s}$ avec s = coefficient de sécurité et R_e = limite élastique. On obtient ainsi une deuxième condition : $\frac{2C}{aLD} \leq R_{pg}$ (2)

On dispose ainsi de deux conditions (matage et cisaillement) pour 3 inconnues : a , b et L . On décide de fixer la valeur de L de telle sorte que l'on respecte la condition suivante

$L_{clavette} < 1,5D_{arbre}$. On détermine ensuite les valeurs de a et de b en considérant le cas limite dans les deux inéquations.

Données :

	Couple (N.m)	Diamètre de l'arbre (mm)	Limite élastique R_e (MPa)	Longueur de la clavette (mm)	Hauteur de la clavette (mm)	Largeur de la clavette (mm)
Arbre d'entrée	51	25	650	36	4,7	2,9
Arbre de sortie	102	30	355	45	12	7,1

On a ainsi choisi des clavettes ayant des dimensions supérieures aux valeurs déterminées en cherchant les clavettes chez notre fournisseur EMILE MAURIN.